

ТАЧКЕ КОЈЕ ЕКСПЛОДИРАЈУ ПОГЛАВЉЕ 2

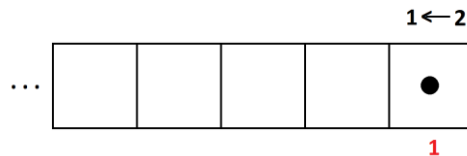
ШТА МАШИНЕ ЗАПРАВО РАДЕ?

Добро, време је да објаснимо шта машине из претходног поглавља заправо раде. (Да ли сте већ сами дошли до закључка? Да ли сте се играли са завршним истраживањима претходног поглавља?)

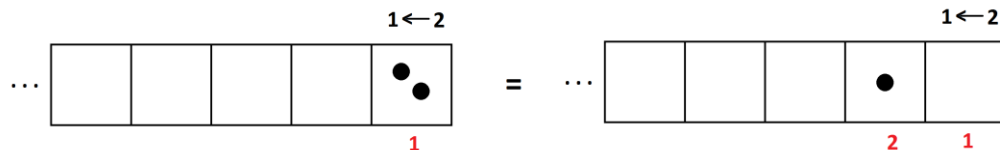
Вратимо се машини $1 \leftarrow 2$ како бисмо прво утврдили смисао те чудне направе. Присетите се да она следи ово правило:

Када год се у било којој кутији налазе две тачке, оне „експлодирају“, односно нестану, а замењује их једна тачка, која се појављује у суседној кутији са леве стране.

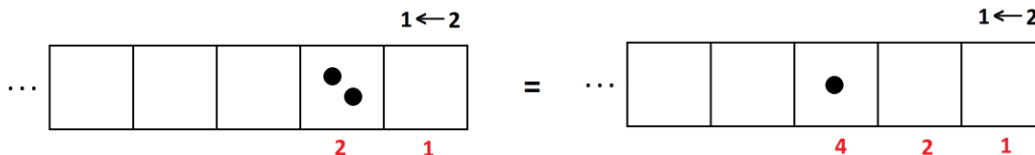
Поред тога, ова машина је тако постављена да свака тачка у крајњој десној кутији увек има вредност један.



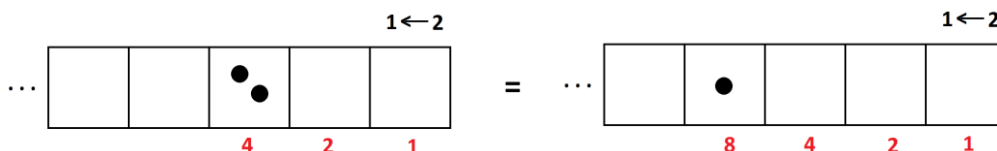
Узимајући у обзир експлозије, две тачке у крајњој десној кутији еквивалентне су једној тачки у првој следећој кутији са леве стране. Како свака тачка у крајњој десној кутији има вредност 1, свака од тачака која се пребаци у суседну леву кутију мора да има вредност две јединице, односно 2.



Две тачке из те друге кутије су еквивалентне једној тачки у првој следећој кутији са леве стране. Та тачка мора да вреди колико и две двојке, дакле 4.



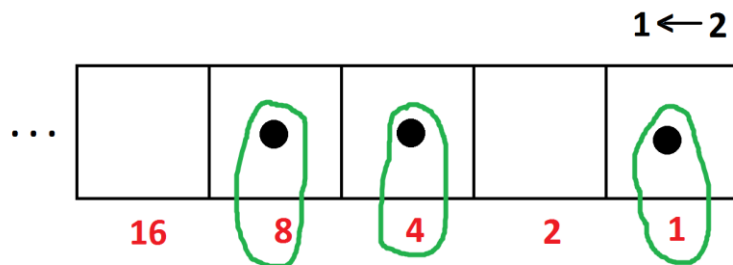
Две четворке чине 8 колико је вредност тачке у првој следећој кутији са лева.



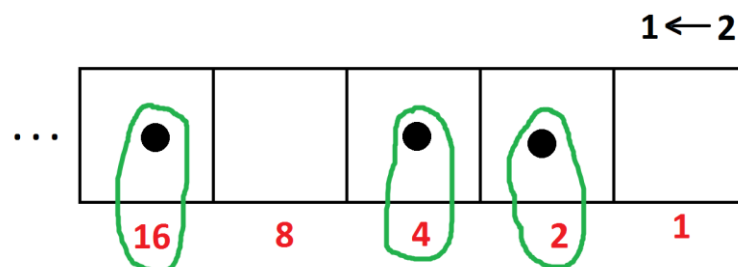
Ако хоћете, ево једног питања за мозгање. Моји одговори на сва постављена питања могу се наћи на крају поглавља.

1. Вредност тачке у првој следећој кутији са леве стране је 16. Да ли схватате зашто је то тако? Колике би биле вредности тачака које се налазе у следећих неколико кутија са леве стране?

Већ смо имали прилике да видимо да је 1101 шифра за број тринаест у машини $1 \leftarrow 2$. Сада можемо да утврдимо да је то у потпуности тачно: једна осмица, једна четворка, ниједна двојка и једна јединица заиста у збиру дају тринаест.



Једно од питања било је и да се одреди који број има шифру 10110 у машини $1 \leftarrow 2$. Сада је лако увидети да је одговор $16 + 4 + 2 = 22$.



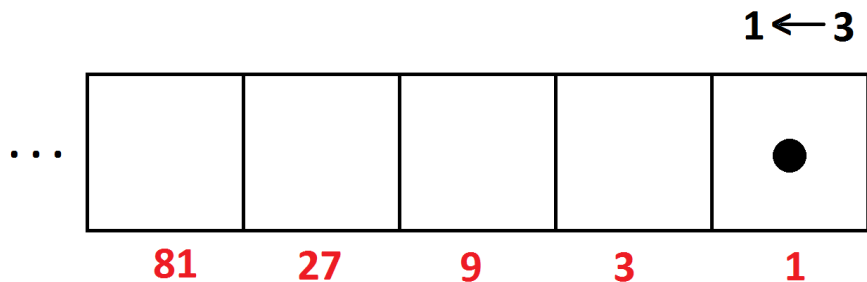
Да ли можете да видите да је 11110 шифра за број тридесет у машини $1 \leftarrow 2$?

2. Који број има шифру 100101 у машини $1 \leftarrow 2$?
3. Како гласи шифра за број двеста у машини $1 \leftarrow 2$?

Уобичајени назив за шифре машине $1 \leftarrow 2$ које представљају бројеве је *бинарни* приказ бројева (при чему префикс *би-* има значење „два“). Некада се каже и приказ у *основи два*. За запис бројева у бинарном систему користе се само два симбола – 0 и 1.

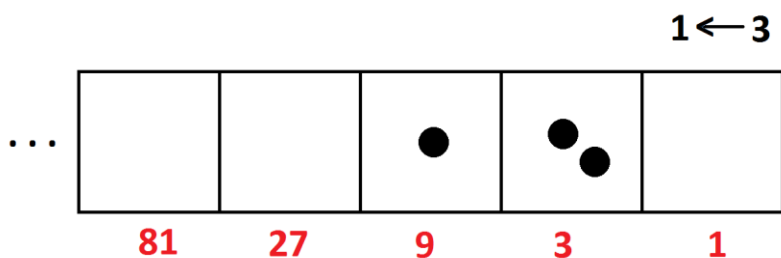
Рачунари су засновани на електричним прекидачима који могу бити укључени или искључени. Због тога је у потпуности природно да се у рачунарству све аритметичке операције кодирају шифрама које користе само два симбола: на пример, 1 да означи стање када је прекидач „укључен“ и 0 за стање када је „искључен“. Из тог разлога је бинарни систем, систем са основом два, изабран за коришћење у рачунарству.

4. У машини $1 \leftarrow 3$, три тачке у било којој кутији еквивалентне су једној тачки у првој следећој кутији са леве стране. (И поново свака тачка у крајњој десној кутији има вредност један.) Вредност тачака у овој машини добијамо тако што приметимо да три јединице чине 3, да три тројке чине 9, да три деветке чине 27, итд.



а) Колико је вредност тачке у првој следећој кутији са леве стране која није нацртана?

У неком тренутку смо рекли да је 120 шифра машине $1 \leftarrow 3$ за број петнаест, и сад видимо да је то тачно: једна деветка и две тројке заиста у збиру дају број петнаест.



б) Да ли можемо да кажемо да је 0120 шифра машине $1 \leftarrow 3$ за број петнаест? Другим речима, да ли је у реду дописивање нула на почетку шифре? А на крају шифре? Да ли у том случају можемо да бирамо да ли ћемо писати нуле? Да ли можемо да изоставимо крајњу нулу из шифре 120 за број петнаест, и да само напишемо 12?

в) Који број у машини $1 \leftarrow 3$ има шифру 21002?

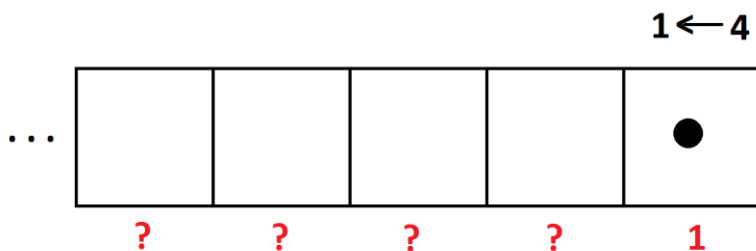
г) Како гласи шифра машине $1 \leftarrow 3$ за број двеста?

Шифре за бројеве које даје машина $1 \leftarrow 3$ називају се *тернарним* или приказом бројева у *основи три*. У овом систему потребно је имати само три симбола, нпр. 0, 1 и 2, за приказивање свих бројева.

Постоји идеја о прављењу оптичких рачунара заснованих на технологији поларизоване светлости: светлост се или простира кроз једну раван, или кроз њој нормалну раван или уопште нема светлости. За такве рачунаре, одговарајући нотациони систем би био управо овај са основом три.

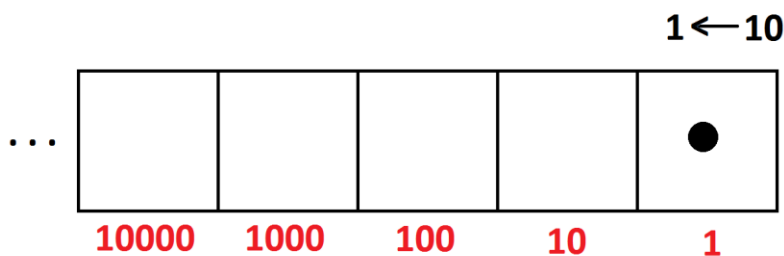
5.

- a) У систему $1 \leftarrow 4$, четири тачке у било којој кутији еквивалентне су једној тачки у првој следећој кутији са леве стране. Колико је вредност једне тачке у свакој од кутија?

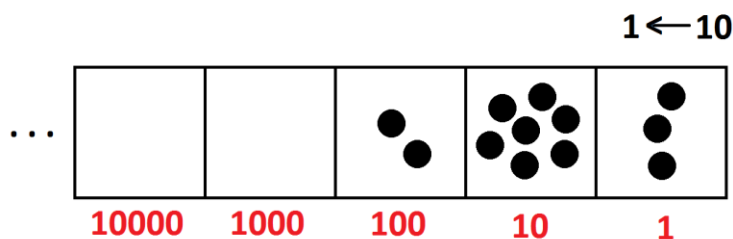


- b) Како гласи шифра машине $1 \leftarrow 4$ за број двадесет девет?
 c) Шифра за који број је 132 у машини $1 \leftarrow 4$?

И на крају, код машине $1 \leftarrow 10$ може се приметити да десет јединица чини 10, затим десет десетици чини 100, десет стотина чини 1000, итд. Вредност тачака у машини $1 \leftarrow 10$ може бити један, десет, сто, хиљаду итд.



Већ смо имали прилике да видимо да је шифра за број 273 у машини $1 \leftarrow 10$ једнака 237, а то је апсолутно тачно: 273 је управо две стотине, седам десетица и три јединице.



273: 237

Штавише, ми чак користимо језик машине $1 \leftarrow 10$. Када број 273 исказујемо речима, написаћемо:

273 = двеста седамдесет и три

Буквално кажемо две СТОТИНЕ, седам ДЕСЕТИЦА и три ЈЕДИНИЦЕ. Слична је ситуација и када користимо енглески језик:

273 = two hundred seventy three

Наставак „ty“ који се појављује у речи „seventy“ скраћеница је за реч „ten“, тј. десет.

Тако смо, уз помоћ ове измишљене приче о тачкама и кутијама, открили *позициони систем и бројевне основе*: основу два, основу три, основу десет, итд, а људи су одлучили да користе језик машине са основом десет.

Шта мислите, због чега људи имају наклоност ка машини $1 \leftarrow 10$? Зашто нам се свиђа да користимо број десет за рачунање?

Један од разлога би могла да буде наша физиологија: рађамо се са десет прстију на рукама. Многи историчари сматрају да би то заиста могао да буде разлог због ког људи фаворизују основу десет.

6. Случајно знам да Марсовци имају по шест прстију на свакој од две руке. По вама, коју би основу они могли да користе за рачунање?

На нашој планети постоје културе које за рачунање користе основу двадесет. Шта мислите, из ког разлога су изабрали баш ту основу?

Заправо, у данашњој западноевропској култури могу се наћи трагови размишљања у основи двадесет. На пример, број 87 се на француском изговара и пише као *quatre-vingt-sept*, што се преводи, реч по реч, са „четири двадесетице и седам“. Чувени говор Абрахама Линколна одржан током Америчког грађанског рата у спомен погинулима у бици код Гетизбурга (у којој су се бориле снаге Југа под командом генерала Роберта Едварда Лија и снаге Севера под командом генерала Џорџа Гордона Мида) почиње речима: „Four score and seven years ago...“ То буквално значи „пре четири двадесетице и седам година...“, односно „пре осамдесет седам година...“.

У реду. Испунили смо циљ данашње лекције. Открили смо позициони систем са основом десет који се користи за записивање бројева и видели његово место у причи о позиционим системима. Чињеница је да ми људи посебно волимо основу десет зато што већина нас на рукама има управо толико прстију.

У следећем поглављу почињемо са аритметичким операцијама са бројевима, али на један сасвим нов и невероватан начин!



ФАНТАСТИЧНА ИСТРАЖИВАЊА

Следи неколико истраживања о „важним питањима“ на која ћете можда покушати да одговорите, или макар да размислите о њима. Уживајте!

ИСТРАЖИВАЊЕ 1: ДА ЛИ МАШИНЕ МОГУ ДА „ИДУ НА ДРУГУ СТРАНУ“?

Ђорђе је решио да се игра са машином која користи правило $1 \leftarrow 1$, и убацује једну тачку у крајњу десну кутију. Шта ће се десити? Претпоставите да са леве стране има бесконачно много кутија.



Сара се игра са машином користећи правило $2 \leftarrow 1$. Шта ће се десити ако стави једну тачку у крајњу десну кутију?

Да ли вам се ове машине чине занимљивим? Да ли су оне добар материјал за изучавање?

ИСТРАЖИВАЊЕ 2: МОЖЕМО ЛИ СЕ ИГРАТИ СА НЕОБИЧНИМ МАШИНАМА?

Петар бира да се игра са машином која користи правило $2 \leftarrow 3$.

а) Опишите шта се дешава када се у кутији нађу три тачке.

б) Одредите шифре машине $2 \leftarrow 3$ за све бројеве од 1 до 30. Да ли уочавате било какве правилности?

с) Испоставља се да је 2101 шифра за број десет у овој машини. Потражите шифру коју сте добили за број двадесет. Да ли она може да буде резултат операције „десет плус десет“? Да ли шифра коју сте добили за број тридесет изгледа као резултат израчунавања „десет плус десет плус десет“?

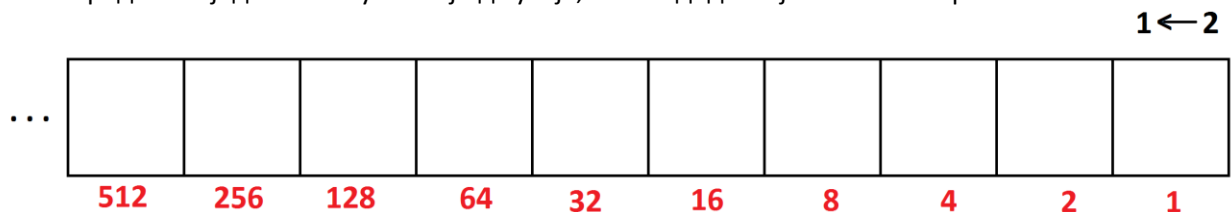
Примедба: Разматраћемо ову необичну машину $2 \leftarrow 3$ у деветом поглављу. Она је веома необична!



РЕШЕЊА

Као што сам и обећао, у наставку су моји одговори на постављена питања.

1. Ево вредности једне тачке у свакој од кутија, ако их додамо још са леве стране.



Да ли бисте хтели да наставите?

2. Тридесет седам.

3. 11001000

4.

а) Свака тачка у следећој кутији са леве стране вреди колико три пута по 81, односно 243.

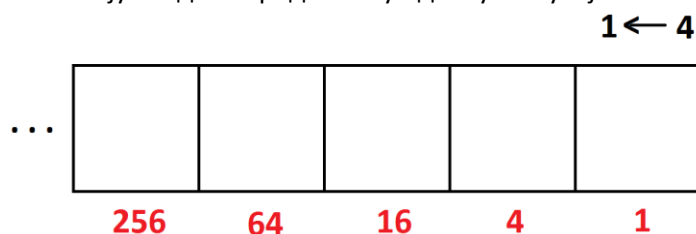
б) Да, потпуно је у реду да убацимо нулу на почетак шифре. Тиме бисмо нагласили да нема ниједне двадесет седмице, што је апсолутно тачно. Међути, брисање нуле са десне стране ствара проблем. 120 је шифра за број петнаест (једна деветка и две тројке), али 12 је шифра за број осам (једна тројка и две јединице).

в) Сто деведесет један. (два пута по 81, једном 27, и два пута по 1.)

д) 21102

5.

а) У машини $1 \leftarrow 4$ тачке имају следеће вредности у односу на кутије:



б) Шифра за број двадесет девет у машини $1 \leftarrow 4$ је 131.

в) Тридесет. (Шифра је за један већа од оне која одговара броју двадесет девет!)

6. Да ли би Марсовци можда користили основу дванаест? То значи да би им требало дванаест различитих симбола за записивање бројева.

Узгред, да ли сте приметили да користимо десет различитих симбола – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 0 – које називамо *цифрама*. (на енглеском се користи реч *digits*, а иста реч има и значење *прсти*!)